# PRÁCTICA Nº 5
# CIRCUITO RLC SERIE. FRECUENCIA DE RESONANCIA

## 1.- INTRODUCCION TEORICA

En esta práctica estudiaremos la respuesta de un circuito $RLC$ en serie conectado a una tensión senoidal, focalizando la atención en la respuesta del sistema a la variación de la frecuencia de la tensión perturbadora. Este modelo experimental nos permitirá introducir los conceptos de reactancia e impedancia y estudiar el fenómeno de resonancia de tales circuitos, los cuales tienen análogos clásicos y cuánticos en diversas áreas de la física. Además, este tipo de circuitos tienen una gran aplicación tecnológica especialmente en el área de las comunicaciones

La Figura 1, ilustra la conexión en serie de dichos elementos de circuito con una fuente de voltaje alterno, así como su equivalente mecánico en donde el fluido amortiguador, produce las pérdidas en el sistema masa-resorte a través de una fuerza amortiguadora que actúa en dirección opuesta a la velocidad.

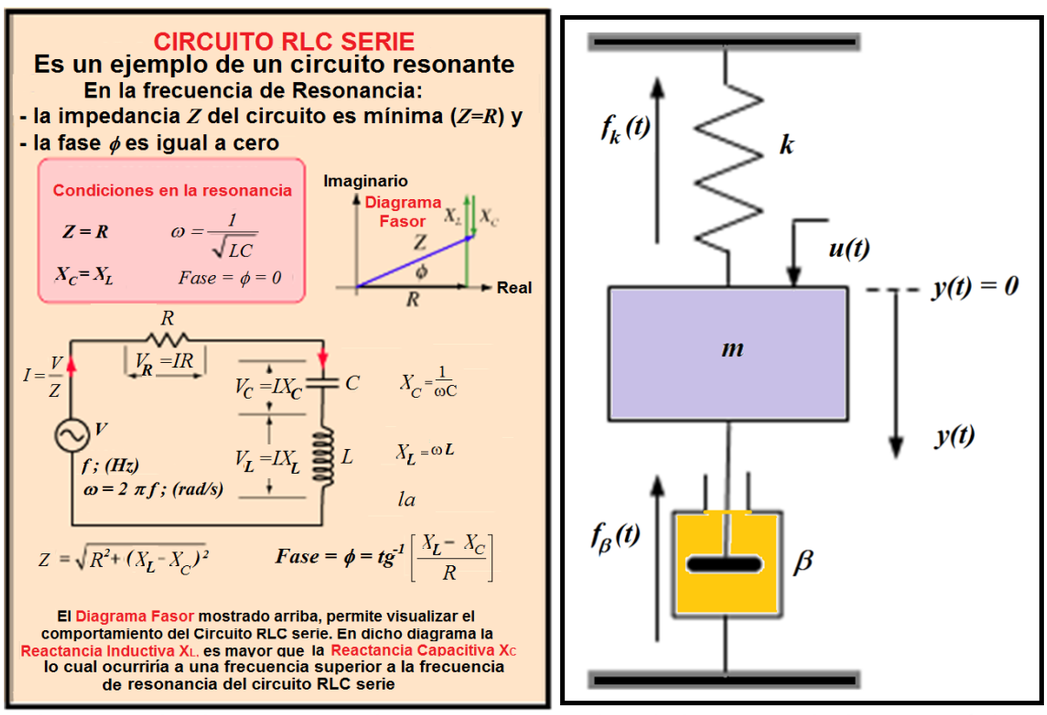



**Figura 1.** Circuito RLC en serie con una fuente de voltaje y su equivalente mecánico.

**Oscilaciones forzadas senoidales.** Si el circuito $RLC$ serie en estudio, tiene incluida una fuente de tensión alterna o un generador de funciones, sabemos que dicha fuente se puede modelar como un fuente de tensión senoidal ideal, $\varepsilon(t)=V_0\ Sin\ (\omega_f\ t)$, con una amplitud $V_0$ y frecuencia angular $\omega_f$, donde $\omega_f = 2\pi f$, siendo $f$ la frecuencia lineal de la tensión alterna. En la en la Figura 2 se ilustra este circuito.

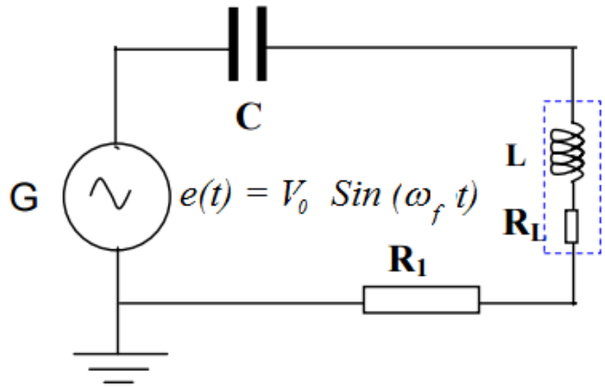



**Figura 2**. Circuito $RLC$ serie con excitación forzada senoidal. Donde $R_L$ representa la resistencia Interna de la inductancia $L$. La tensión medida en $R_1$ es proporcional a la corriente en el circuito.

Si designamos como $R$ a la resistencia total o equivalente del circuito es decir $R=R_1+R_L$; aplicando la ley de las mallas de Kirchhoff tenemos:

$$IR + \frac{Q}{C} + L\frac{dI}{dt} = V_0 sen\omega_f t,$$

Derivando esta ecuación respecto al tiempo, se obtiene

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \omega_f V_0 cos\omega_f t.$$

La intuición física nos dice que en este caso, la corriente no oscilará ni con la frecuencia natural, ni con la frecuencia natural amortiguada. La corriente es forzada a oscilar con la frecuencia angular $\omega_f$ del voltaje externo aplicado, constituyéndose físicamente como **la respuesta permanente o estacionaria del sistema,** cuya solución es:

$$I = I_0 sen\left(\omega_f t - \alpha\right),$$

donde la amplitud de la corriente se obtiene como

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_f L - {}^{1}/_{\omega_f C}\right)^2}},$$

y la diferencia de fase $\alpha$ entre el voltaje de entrada y la corriente viene dada por:

$$tan\ \alpha = \frac{\omega_f L - \frac{1}{\omega_f C}}{R}$$

se define la impedancia del circuito como: $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

en tanto que la reactancia del circuito se expresa como: $X = \omega_f L - \frac{1}{\omega_f \cdot C}$

también se define la reactancia capacitiva como: $X_C = \frac{1}{\omega_f \cdot C}$

y la reactancia inductiva como: $X_L = \omega_f \cdot L$

**Resonancia:** En un circuito $RLC$ serie, cuando la reactancia inductiva $X_L$ se hace igual a la reactancia capacitiva $X_C$, la diferencia de fase $\alpha$ entre el voltaje alterno aplicado y la corriente en el circuito se hace cero; en tal caso se obtiene la resonancia de energía. La frecuencia angular, para la cual la diferencia de fase entre la corriente y la tensión aplicada es nula, se denomina como la **frecuencia de resonancia**

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Nótese que la amplitud de la corriente $I_0$, tiene un máximo cuando $X_L = X_C$, lo que ocurre cuando la frecuencia lineal $f$ del voltaje externo aplicado, coincide con la frecuencia natural o de resonancia $f_{res}$ del circuito:

$$f_{res} = \omega_{res}/2\pi$$

En la Figura 3 se muestra un ejemplo de la corriente máxima $I_0$ y la fase $\alpha$ de un circuito $RLC$ en serie, como función de la frecuencia $f$. Nótese que $I_0$ tiene un máximo para $f = f_{res}$. Asimismo vemos que la fase $\alpha$ pasa por el valor cero para dicha frecuencia

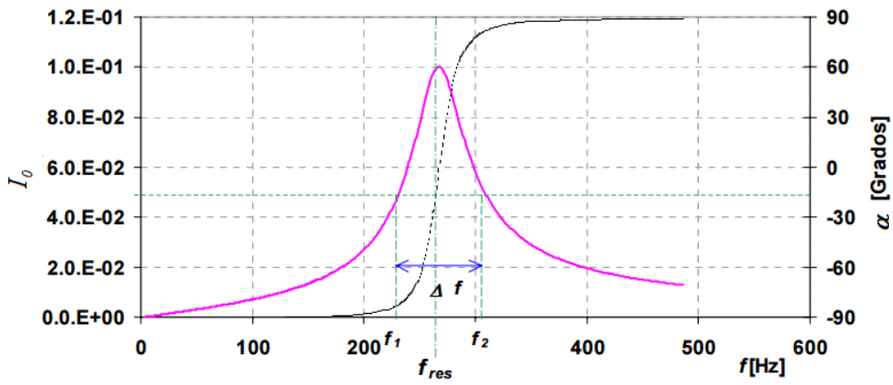
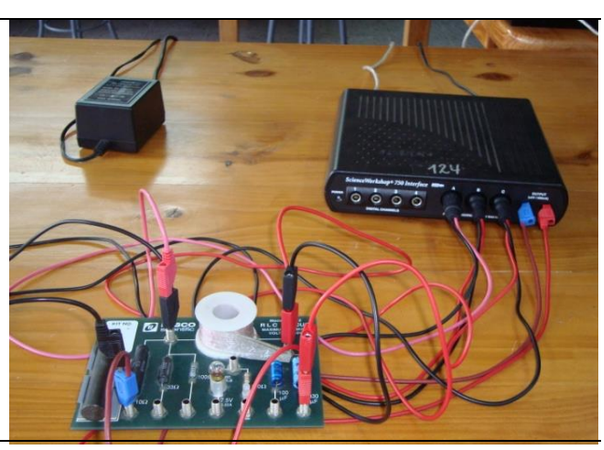



**Figura 3.** Ejemplo de respuesta en frecuencia de un circuito $RLC$ serie forzado senoidalmente. La curva de trazo continuo representa el valor de la amplitud de corriente $I_0$ para diferentes frecuencias. La curva de trazos discontinuo, referida a la escala de la derecha representa la diferencia de fase entre la tensión aplicada y la corriente.

## 2.- EXPERIMENTACIÓN

### 2.1.- Esquema del laboratorio y materiales

| Equipo | Cantidad |
|---|---|
| Circuito RLC Pasco (CI 6512) | 1 |
| Interface Science Workshop 750 | 1 |
| Cables de conexión de salida de la interface. | 2 |
| Sensor de voltaje en canal A, y B de la interface | 2 |
| Computador PC con software DataStudio | 1 |
| Papel milimetrado | 2 |



## 2.2.- Objetivos

1.- Análisis teórico y experimental de un circuito $RLC$ en serie con una señal senoidal

2.- Determinación teórica y experimental de la frecuencia de resonancia del circuito.

3.- Determinación teórica de reactancias, impedancia del circuito $RLC$ serie, corriente máxima y desfasaje de la corriente respecto del voltaje senoidal de la FEM, aplicado para diferentes frecuencias en torno a la frecuencia de resonancia

4.- Visualizar experimentalmente el fenómeno de resonancia. Observar que la corriente es máxima y el desfasaje de la corriente respecto del voltaje senoidal aplicado es nulo en la resonancia

6.- Análisis teórico y experimental del circuito $RLC$, al introducir un cilindro metálico en la bobina inductora. Comparar resultados con y sin núcleo metálico

## 2.3.- Procedimiento

**Parte I.** Estudio teórico y experimental de un circuito $RLC$ serie, forzado con señal senoidal. Determinación de la frecuencia lineal de resonancia $f_{res}$ del circuito, reactancias $X_L$, $X_C$, impedancia $Z$, corriente $I_0$ y desfasajes $\alpha$

1.- En el circuito $RLC$ Pasco (CI 6512), a utilizar en el experimento, seleccione la resistencia $R_1=10\ \Omega$, el condensador $C=100\ \mu F$ y la inductancia $L=8{,}2\ mH$, (que son los valores nominales)

2.- Mida con un Tester adecuado, los valores experimentales de $R_1$, $C$, $L$ y $R_L$ , con su respectivo error instrumental y anote sus resultados en la **tabla 1.**

3.- Calcule los valores teóricos de la frecuencia angular de resonancia $\omega_{res}$ y la frecuencia lineal de resonancia $f_{res}$ con sus respectivos errores y anote sus resultados en la **tabla 1.**

4.- Conecte la interface 750 al PC, encienda la interface y luego el PC, para que el PC reconozca la interface e inicie el software DataStudio.

5.- Conecte en serie los componentes elegidos: $R_1$, $L$ y $C$, con la salida de la interface 750, tal como indica la figura 2

6.- Conecte sensores de voltaje en los canales A y B de la interface para medir:

**En Canal A**: voltaje en la resistencia eléctrica $R_1$.

**En Canal B**: voltaje en el condensador $C$.

7.- Con el software DataStudio, configure, una señal senoidal a la salida de la interface 750, con una amplitud $V_0 = 5\ V$ y escoja una frecuencia $f$ para valores menores y mayores que la frecuencia de resonancia teórica $f_{res}$ (calculada en el paso 3); complete la **tabla 2** para que en base a los componentes fijos del circuito ($R$ ,$L$, $C$, $V_0$ ), calculando las reactancias $X_L$, $X_C$, impedancia $Z$, corriente $I_0$ y desfasaje $\alpha$ de la corriente respecto del voltaje senoidal aplicado. Siga las indicaciones de su profesor para seleccionar las frecuencias de la señal senoidal.

8.- Asigne un sensor de voltaje al canal A (que mide $V_{R1}$) y otro al canal B (que mide $V_C$), haciendo doble clic en el sensor de voltaje.

9.- Abra la opción de gráfico y grafique:

- Voltaje en el canal A(Voltaje en la resistencia $R_1$) versus tiempo.
- Voltaje en el canal B( Voltaje en el condensador) versus tiempo.
- Voltaje de salida de la fuente versus tiempo.
- Corriente de salida de la fuente versus tiempo.

Aplique en todas las gráficas anteriores el ajuste senoidal de la forma $Y = A \cdot sen\left[\frac{2\pi}{B}(X - C)\right] + D$, El valor de A, corresponde a la amplitud, el de B al periodo de la onda y C al desfasaje temporal, correspondientes para cada señal. Registre los valores experimentales de las amplitudes, los desfases para las diferentes frecuencias. Anote sus resultados en la en la **Tabla 3.**

10.- Grafique la intensidad $I_0$ teórico y experimental frente a la frecuencia lineal $f$ utilizando DataStudio (puede introducir los datos en la ventana Table y después mostrar los datos en la ventana de grafic). Compare los resultados teóricos con los experimentales. Compare el valor medido de frecuencia resonante con el valor teórico de frecuencia resonante, cuando $I_0$ es máximo. Recuerde que: *Porcentaje de diferencia = 100*(teórico – experimental)/teórico*

11.- Grafique el desfasaje $\alpha$, teórico y experimental de la corriente respecto del voltaje senoidal aplicado frente a la frecuencia lineal $f$ utilizando DataStudio Compare los resultados teóricos con los experimentales.

**Parte II.** Estudio teórico y experimental del circuito $RLC$ serie, al introducir un núcleo de material desconocido en la bobina inductora. Determinación de la frecuencia resonancia del circuito

12- Inserte la barra cilíndrica de material desconocido dentro de la bobina inductora. Mida su inductancia con un tester adecuado. Manteniendo e $R_1$ y $C$,

13.- Calcule los valores teóricos de la frecuencia angular de resonancia $\omega_{res}$ y la frecuencia lineal de resonancia $f_{res}$ con sus respectivos errores. Compare resultados con los obtenidos en la Parte I. Explique la causa de la diferencia.

14.- Para una señal senoidal con una amplitud $V_0 = 5\ V$ y variando la frecuencia $f$. Grafique la corriente Máxima $I_0$ frente al tiempo y aplique un ajuste senoidal. Complete la tabla 4 y grafique $I_0$ versus la frecuencia. Determine experimentalmente la nueva frecuencia de resonancia y compárela con el valor teórico del paso anterior. Explique posibles causas de la diferencia.

## HOJA DE PREGUNTAS Y RESPUESTAS. CIRCUITO *RLC*

**Nombre:……..…..…..….Rut:…….……..Firma:…….....**

**Nombre:……..……..Rut:…….……..Firma:…….....**

**Nombre:……..…..……Rut:…….……..Firma:…….....**

## PREGUNTAS

1.- Para los valores medidos de $R_1$ $C$, $L$. Calcule la frecuencia angular de resonancia $\omega_{res}$ y la frecuencia lineal de resonancia $f_{res}$. Anote sus resultados en la **tabla 1.**

2.- Calcule el valor teórico de la reactancias $X_L$ , $X_C$, impedancia $Z$, corriente $I_0$ y desfasaje $\alpha$ de la corriente respecto del voltaje senoidal aplicado, en función de la frecuencia $f$. Anote sus resultados en la **tabla 2**. Haga un gráfico de la corriente $I_0$ y el desfasaje $\alpha$ en función de la frecuencia $f$ (similar al de la figura 3). Comente dicho gráfico**.** ¿Cuánto vale el valor teórico de la $f_{res}$ , $I_0$ y $\alpha$ para dicha frecuencia?.

3.- Calcule el Porcentaje de diferencia entre el valor calculado en la tabla 1 y el calculado en la tabla 2, de la frecuencia lineal resonante.

4.- De las gráficas: Voltaje en la resistencia $R_1$ (canal A), voltaje en el condensador $C$ (canal B), voltaje de salida de la fuente y la corriente de salida. Realice los ajustes senoidales correspondientes para cada señal. Registre, en la **tabla 3**, los valores experimentales de las amplitudes, para las diferentes frecuencias. Grafique la intensidad máxima $I_0$ experimental frente a la frecuencia de la señal (Nota, frecuencias menores y mayores que la frecuencia de resonancia teórica). Comente dicho grafico ¿Cuánto vale el valor experimental de la $f_{res}$ , $I_0$ y $\alpha$ para dicha frecuencia?.

5.- Calcule el Porcentaje de diferencia entre el valor teórico calculado en la tabla 2 y el calculado en la tabla 3, de la frecuencia lineal resonante

6.- Inserte el núcleo metálico de acero dentro de la bobina inductora y mida con el tester mida el valor de la nueva Inductancia L'. Calcule el nuevo valor teórico de la nueva frecuencia de resonancia $f'_{res}$ con sus respectivos errores. Compare resultados con los obtenidos en el apartado 1. Explique la diferencia.

7.- Alimente el Circuito RL'C con núcleo de acero con una señal alterna senoidal con una amplitud $V_0 = 5\ V$ y varie la frecuencia $f$ . Grafique la Corriente de salida y aplique un ajuste senoidal, para frecuencias menores y mayores a la nueva frecuencia de resonancia del circuito. Anote los valores obtenidos en la **tabla 4** y grafique la amplitud de Corriente $I_0$ versus la frecuencia. Determine la nueva frecuencia de resonancia experiemental. Compare el resultado con la frecuencia de resonancia $f'_{res}$ teórica calculada en el paso anterior. Explique posibles causas de la diferencia.

## HOJA DE RESPUESTAS

**Tabla 1: Valores medidos de $R_1$, $C$, $L$ y $R_L$** y cálculo teórico de la frecuencia de resonancia $f_{res}$ del circuito $RCL$ serie

| **Valor** | **Resist.** $R_1$ $(\Omega)$ | **Condens.** $C$ $(10^{-6}\ \mu F)$ | **Induct.** $L$ $(10^{-3}\ mH)$ | **Resist.** $R_L$ $(\Omega)$ | **Resist. Total** $R = R_1 + R_L$ $(\Omega)$ | **Fc. Ang. Res.** $\omega_{res} = 1/\sqrt{LC}$ $(rad/s)$ | **Frec. Res.** $f_{res} = \omega_{res}/2\pi$ $(Hz)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| nominal | | | | | | | |
| medido | | | | | | | |

**Tabla 2:** Componentes del circuito $RLC$ y cálculos teóricos de reactancias $X_L$ , $X_C$, impedancia $Z$, corriente $I_0$ y desfasaje $\alpha$ de la corriente respecto del voltaje senoidal aplicado, en función de la frecuencia $f$

| **COMPONENTES FIJOS DEL CIRCUITO RLC** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_0 =$ $(V)$ | | | $L =$ $10^{-3}\ (H)$ | $R_L =$ $(\Omega)$ | $R_1 =$ $(\Omega)$ | $R=R_1+R_L =$ $(\Omega)$ | | $C=$ $10^{-6}(F)$ |
| *Cal-culos* | $f$ $(Hz)$ | $\omega = 2\pi f$ $(rad/s)$ | $X_L = \omega L$ $(\Omega)$ | $X_C = 1/\omega C$ $(\Omega)$ | $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $(\Omega)$ | $I_0 = V_0/Z$ $(A)$ | $tg\ \alpha =$ $(X_L - X_C)/R$ | $\alpha$ $(°)$ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| $f_{res}$ | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

**Tabla 3:** Mediante ajuste Senoidal. Valores experimentales de amplitudes de voltajes en la resistencia $R1$, condensador $C$ y corriente $I_0$ con sus respectivos desfasajes, en función de la frecuencia

| *f* *(Hz)* | *Amplitud de $V_{R1}$* *(V)* | *Amplitud de $V_C$* *(V)* | *Amplitud de Voltaje de Salida $V_0$* | *Desfasaje temporal del Voltaje de Salida* | *Amplitud de $I_0$ $I_0=V_{R1}/R1$* *(A)* | *Desfasaje temporal de la Corriente* | *Desfase de $I_0$ en relación a la señal de salida $V_0$* $\alpha = \omega \cdot \Delta C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| $f_{res}$ | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

**Tabla 4:** Mediante ajuste Senoidal. Valores experimentales de amplitudes de voltajes en la resistencia $R1$, condensador $C$ y corriente $I_0$ con sus respectivos desfasajes, en función de la frecuencia

| $f$ (Hz) | *Amplitud de la corriente* $I_0$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| $f_{res}$ | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

***Bibliografía***


- **Raymond Serway**. *Física . Tomo II. Cuarta edición*. McGraw-Hill. Mexico1999
- **PASCO** Scientific. *Instruction Manual and Experiment Guide*
- **Paul A. Tipler, Gene Mosca**. *Física para la Ciencia y la Tecnología, volumen 2*. Reverté, Barcelona, 2005.