



Departamento de Física  
Facultad de Ciencias  
Universidad Católica del Norte

# MANUAL DE TÉCNICAS DE LABORATORIO DE FÍSICA

*(versión 2014)*

**Física I: Mecánica**  
**Física II: Electromagnetismo**  
**Física III: Óptica , Fis. Moderna**

**2014**

## INDICE

	Pág.
<b>PROLOGO</b>	
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>5</b>
<b>1.- MÉTODO CIENTÍFICO.....</b>	<b>6</b>
1.1.- Etapas del método científico	6
<b>2.- ADQUISICIÓN DE DATOS .....</b>	<b>7</b>
2.1.- Definiciones en un Proceso de adquisición de datos	7
2.2.- <i>¿Cómo se adquieren los datos?</i>	8
2.3.- <i>Sistema de adquisición de datos con PC. Sist. PASCO</i>	8
<b>3.- MAGNITUD FÍSICA .....</b>	<b>9</b>
3.1.-Definición de la magnitud física	9
3.2.- Tipos de magnitudes físicas	10
<b>4.- SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES: .....</b>	<b>10</b>
4.1.- Las Magnitudes Fundamentales	10
4.2.- Las Magnitudes Derivadas.	10
<b>5.- PROCESO DE MEDICION DE MAGNITUDES FISICAS .....</b>	<b>12</b>
5.1.- Definiciones en un proceso de medición	12
5.2.- Exactitud y precisión:	12
<b>6.- INCERTIDUMBRE DE LAS MEDIDAS. ....</b>	<b>12</b>
6.1.- Fuentes de Incertidumbre	12
6.2.- Errores sistemáticos:	13
6.3.- Errores accidentales:	13
6.4.- Error instrumental:	13
6.5.- Valor verdadero de una magnitud física	13
<b>7.- ESTADISTICA DE LAS MEDICIONES .....</b>	<b>13</b>
7.1.- Valor más probable y Desviación	14
7.2.- Distribución Gaussiana o normal de las medidas	14
7.3.- Error cuadrático medio	15
..4.- Resultado del Proceso de medición de una magnitud	16
7.5.- Error absoluto y relativo	17
<b>8.- PROPAGACIÓN DE ERRORES .....</b>	<b>18</b>
8.1.- Mediciones indirectas	18
8.2.- Mejor valor de una medición indirecta	18
8.3.- Error en una medición indirecta	18
8.4.- Número de cifras del resultado	18
8.5.- Cifras Significativas.	19
8.6.- Notación científica.	20
8.7.- Operaciones matemáticas con números experimentales	21

	Pág.
<b>9.- ORGANIZACIÓN DE LOS DATOS.....</b>	<b>22</b>
9.1.- Tablas de valores	22
9.2.- Partes de una tabla de valores.	22
9.3.- Figuras	23
9.4.- Gráficos	23
9.5.- Tipos de gráficos	23
<b>10.- RELACIÓN ENTRE VARIABLES.....</b>	<b>24</b>
10.1.- Relación funcional entre variables físicas	25
10.2.- Ajuste por mínimos cuadrados	25
10.3.- Ajuste lineal por mínimos cuadrados	26
10.4.- Parámetros del ajuste lineal	27
10.5.- Coeficiente de correlación del ajuste lineal:	28
<b>11.- ELABORACIÓN DE INFORME O PUBLICACIÓN .....</b>	<b>30.</b>
11.1.- El informe	30
11.2.- Diseño del informe	30
11.3.- Estructura del informe.	31
11.4.- Notas generales respecto de informes.	32
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>33</b>

## PROLOGO

En las diversas carreras que imparte la Universidad Católica del Norte, en cuyos planes de estudio se considera el Laboratorio de Física, los alumnos deben dedicar una parte de su esfuerzo a la realización de prácticas experimentales de Física.

El presente manual contiene algunas técnicas experimentales usuales en las prácticas de Física. Su propósito es que sirva de ayuda para que los alumnos se inicien en el trabajo experimental de un laboratorio de Física, con especial atención en el tratamiento de datos. El alumno podrá aprender a elaborar las tablas de datos, a representar adecuadamente los gráficos, a utilizar métodos analíticos de ajuste de curvas, a hacer una correcta estimación de errores, a expresar los resultados adecuadamente y a elaborar informes de sus experimentos y por último, el alumno tiene ante sí la posibilidad de valorar los modelos teóricos con la experiencia. Todas estas nociones se explican en los diferentes capítulos de estos apuntes y que serán de extraordinaria importancia para el posterior desarrollo de las prácticas.

Se debe hacer notar que existen apuntes muy diversos en la bibliografía que se refieren a los contenidos de este manual. Algunos autores se inclinan por ser muy rigurosos del punto de vista matemático y estadístico, en cambio otros presentan el tema de una forma más simple, considerando que el apunte va dirigido a un lector que por primera vez se introduce en el tema. En este apunte, el tema se ha desarrollado tratando de conciliar un poco ambos aspectos, tal vez con un énfasis mayor en la última orientación indicada. De acuerdo a lo anterior, estos apuntes deben considerarse sólo como una pincelada a los temas desarrollados y en ningún caso se pretende cerrar la discusión en torno a los tópicos tratados.

La Física es una ciencia experimental. Al decir de muchos físicos, el desarrollo de la Física arranca con el "método científico" de Galileo, quien pasa de las abstractas teorías aristotélicas a la experimentación, única manera de conocer la mayor o menor bondad de dichas teorías. Para muchos alumnos, este será sin duda su primer acercamiento a la "medida".

## TECNICAS EXPERIMENTALES EN LAS PRACTICAS DE FÍSICA

### INTRODUCCIÓN.

La tarea de la ciencia, de la Física en particular, consiste en *observar* (en el sentido de medir) la naturaleza y dar luego una *descripción coherente* de los resultados de dichas observaciones

La observación o medición es, pues, uno de los rasgos que caracterizan a esta actividad humana: la ciencia trabaja con hechos experimentales, esto es, con cantidades que son medibles. La especulación pura, independiente por completo de cantidades medibles (aunque está basada en observaciones no cuantitativas), no es parte de la *ciencia natural*.

Para que un hecho experimental sea un hecho científico debe ser *reproducible*: los datos obtenidos por un observador en un experimento deben ser re obtenidos por cualquier otro observador que lo repita en las condiciones originales

A partir de los datos experimentales, a través de un proceso de abstracción y de síntesis, es posible llegar, normalmente mediante el uso de la matemática, a la formulación de leyes, que en su nivel máximo de abstracción son en verdad *hipótesis*, formuladas sobre la base de la experiencia acumulada (medida) acerca de los fenómenos que se pretende describir, aunque no explícitamente contenida en ella. El conjunto de las hipótesis (o principios, o postulados) así obtenidas, si proporciona una descripción coherente de las observaciones realizadas, constituye una *teoría*. Esta metodología es conocida como el **Método científico**

Por otro lado, con la aparición de las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) se inicia una nueva revolución educacional. Diversos autores caracterizan a esta sociedad emergente como la "sociedad del aprendizaje", que se presenta acompañada con innovaciones organizativas, sociales y jurídicas. Los nuevos contextos afectan la labor educativa. Se requieren más y diferentes competencias en donde es más valioso la capacidad de usar creativamente el conocimiento y en especial el ligado al tecnológico

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación permiten actividades que promueven la comprensión y el análisis crítico de modelos para la construcción del conocimiento. Desempeñando una función:

- a) motivadora en la medida que, con su aplicación, hagan más atractiva la experiencia de aprendizaje y promuevan el interés del alumno,
- b) investigadora, porque a través de su aplicación pueden ofrecerse entornos en los que el alumno indague, controle variables y tome decisiones,
- c) formativa, porque apoyan la presentación de los contenidos integrando diversas actividades sobre los mismos

Desde esta perspectiva, se pueden promover dos enfoques diferentes y complementarios de su uso: como recurso informático por medio de un programa que interpreta los datos adquiridos por sensores, y desde la informática como recurso para el análisis de los datos a través de una planilla de cálculo.

Los materiales educativos, a implementarse en forma integrada con las nuevas tecnologías, pueden ser herramientas de producción, de organización de la información o de resolución de problemas.

Con el convencimiento de que la teoría y la experimentación son partes complementarias en el desarrollo de la Física, los alumnos de la asignatura de Física que hayan *aprendido a aprender*, provistos de una base cultural sólida en Física y con un gran manejo de las técnicas experimentales y equipamientos modernos, al egresar como profesionales de la universidad, estarán ampliamente capacitados para enfrentarse a su vida posterior, en particular los alumnos de las carreras de Ingeniería.

## **1.- MÉTODO CIENTÍFICO**

Es un método de investigación usado principalmente en la producción de conocimiento en las ciencias. El Oxford English Dictionary, dice que el método científico es: *"un método o procedimiento que ha caracterizado a la ciencia natural desde el siglo XVII, que consiste en la observación sistemática, medición y experimentación, y la formulación, análisis y modificación de las hipótesis."*

### **1.1.- Etapas del método científico**

Los conocimientos que la humanidad posee actualmente sobre las diversas ciencias de la naturaleza se deben, sobre todo, al trabajo de investigación de los científicos. El procedimiento que éstos emplean en su trabajo es lo que se llamará MÉTODO CIENTÍFICO.

El método científico consta de las siguientes fases:

- Observación
- Formulación de hipótesis
- Experimentación
- Emisión de conclusiones

#### **La Observación**

Los científicos se caracterizan por una gran curiosidad y el deseo de conocer la naturaleza. Cuando un científico encuentra un hecho o fenómeno interesante lo primero que hace es observarlo con atención.

La Observación consiste en examinar atentamente los hechos y fenómenos que tienen lugar en la naturaleza y que pueden ser percibidos por los sentidos.

#### **La Formulación de hipótesis**

Después de las observaciones, el científico se plantea el cómo y el porqué de lo que ha ocurrido y formula una hipótesis. Formular una hipótesis consiste en

elaborar una explicación provisional de los hechos observados y de sus posibles causas.

### **La Experimentación**

Una vez formulada la hipótesis, el científico debe comprobar si es cierta. Para ello realizará múltiples experimentos modificando las variables que intervienen en el proceso y comprobará si se cumple su hipótesis. **Experimentar** consiste en reproducir y observar varias veces el hecho o fenómeno que se quiere estudiar, modificando las circunstancias que se consideren convenientes.

Durante la experimentación, los científicos acostumbran a realizar múltiples medidas de diferentes magnitudes físicas. De esta manera pueden estudiar qué relación existe entre una magnitud y la otra.

### **La Emisión de conclusiones**

El análisis de los datos experimentales permite al científico comprobar si su hipótesis era correcta y dar una explicación científica al hecho o fenómeno observado.

La emisión de conclusiones consiste en la interpretación de los hechos observados de acuerdo con los datos experimentales.

A veces se repiten ciertas pautas en todos los hechos y fenómenos observados. En este caso puede enunciarse una ley. Una **ley científica** es la formulación de las regularidades observadas en un hecho o fenómeno natural. Por lo general, se expresa matemáticamente.

Las leyes científicas se integran en teorías. Una **teoría científica** es una explicación global de una serie de observaciones y leyes interrelacionadas.

## **2.- ADQUISICIÓN DE DATOS**

Muchos autores consideran a la física como "La ciencia de la medida". En los últimos años, la rápida evolución que ha experimentado la tecnología, con la incorporación de los sistemas de adquisición de datos con un computador personal, ha traído consigo un mejoramiento significativo en la exactitud, precisión y rapidez en la toma de datos de magnitudes físicas, aparte de permitir un mejor manejo estadístico de los mismos

La adquisición de datos, consiste en la recogida de magnitudes físicas, que mediante un transductor, convertirlas en señales eléctricas y a través de un conversor análogo digital transformarlas en señales digitales que se puedan procesar en un ordenador.

### **2.1.- Definiciones en un Proceso de adquisición de datos**

**Dato:** Representación simbólica (numérica, alfabética...), atributo o característica de un valor. No tiene sentido en sí mismo, pero convenientemente tratado (procesado) se puede utilizar en la relación de cálculos o toma de decisiones.

**Adquisición:** Recogida de un conjunto de variables físicas, conversión en voltaje y digitalización de manera que se puedan procesar en un ordenador.

**Sistema:** Conjunto organizado de dispositivos que interactúan entre sí ofreciendo prestaciones más completas y de más alto nivel. Una vez que las señales eléctricas se transformaron en digitales, se envían a través del bus de datos a la memoria del PC. Una vez los datos están en memoria pueden procesarse con una aplicación adecuada, archivarlas en el disco duro, visualizarlas en la pantalla, tratarlas estadísticamente etc...

**Bit de resolución:** Número de bits que el convertidor analógico a digital (ADC) utiliza para representar una señal.

**Rango:** Valores máximo y mínimo entre los que el sensor, instrumento o dispositivo funcionan bajo unas especificaciones.

De la misma manera que se toma una señal eléctrica y se transforma en una digital para enviarla al ordenador, se puede también tomar una señal digital o binaria y convertirla en una eléctrica. En este caso el elemento que hace la transformación es una tarjeta o módulo de Adquisición de Datos de salida, o tarjeta de control. La señal dentro de la memoria del PC la genera un programa adecuado a las aplicaciones que quiere el usuario y, luego de procesarla, es recibida por mecanismos que ejecutan movimientos mecánicos, a través de servomecanismos, que también son del tipo transductores.

Un sistema típico de adquisición utiliza sensores, transductores, amplificadores, convertidores analógico-digital (A/D) y digital-analógico (D/A), para procesar información acerca de un sistema físico de forma digitalizada.

## 2.2.- ¿Cómo se adquieren los datos?

La adquisición de datos se inicia con el fenómeno físico o la propiedad física de un objeto (objeto de la investigación) que se desea medir. Esta propiedad física o fenómeno podría ser el cambio de temperatura o la temperatura de una habitación, la intensidad o intensidad del cambio de una fuente de luz, la presión dentro de una cámara, la fuerza aplicada a un objeto, o muchas otras magnitudes físicas. Un eficaz sistema de adquisición de datos puede medir todas estas diferentes propiedades o fenómenos.

Un **sensor** es un dispositivo que convierte una propiedad física o fenómeno en una señal eléctrica medible, tal como voltaje, corriente, cambio en los valores de una resistencia o condensador, etc. La capacidad de un sistema de adquisición de datos para medir los distintos fenómenos depende de los transductores para convertir las señales de los fenómenos físicos en la adquisición de datos por hardware.

## 2.3.- Sistema de adquisición de datos son PC. Sistema PASCO

Un sistema de adquisición de datos, como su nombre lo indica, describe los dispositivos y/o procesos utilizados para adquirir información, ya sea para caracterizar o para analizar algún fenómeno. En su forma más simple, el registro de las temperaturas de un horno sobre un papel es adquirir datos. Como la tecnología ha progresado, este tipo de procesos se ha simplificado y se ha hecho más exacto, versátil y confiable a través de equipamiento electrónico. Los equipos van desde registradores simples hasta sofisticados sistemas de computación..

Actualmente existen en el comercio una gran cantidad de sistemas de adquisición de datos, destinados a diversos propósitos. En particular en el desarrollo del presente curso utilizaremos la Interface Science Workshop con puerto USB y el software Data Studio de la PASCO, que es un programa de recopilación, análisis y presentación de datos en ambiente Windows que puede crear y realizar experimentos de Ciencias en general. Dicho sistema permite:

- Programar o planificar la toma de datos.
- Monitorear hasta 3 variables analógicas y 4 variables digitales, pudiendo graficar, analizar, imprimir, mostrar y grabar los datos.
- Mostrar en pantalla, señales eléctricas utilizando el PC como osciloscopio.
- Plotear en un gráfico las variables.
- Realizar ajustes en las escalas de los gráficos.
- Cambiar base de datos (borrar o agregar datos), hacer análisis estadísticos.
- Utilizar el computador junto a un amplificador de potencia como un generador de onda (de frecuencia variable, forma variable, amplitud variable).
- Utilizar el PC junto al amplificador de potencia como una fuente continua regulable.

En lo que a Física se refiere, con este sistema, es posible realizar experimentos de Mecánica, Termodinámica, Electromagnetismo, Óptica y Física Moderna

### 3.- MAGNITUD FÍSICA

Una magnitud física es una propiedad o cualidad medible de un sistema físico, es decir, a la que se le pueden asignar distintos valores como resultado de una medición o una relación de medidas. Las magnitudes físicas se miden usando un patrón que tenga bien definida esa magnitud, y tomando como unidad la cantidad de esa propiedad que posea el objeto patrón. Por ejemplo, se considera que el patrón principal de longitud es el metro en el Sistema Internacional de Unidades.

Las primeras magnitudes definidas estaban relacionadas con la medición de longitudes, áreas, volúmenes, masas patrón, y la duración de periodos de tiempo.

Existen magnitudes básicas y derivadas, y constituyen ejemplos de magnitudes físicas: la masa, la longitud, el tiempo, la carga eléctrica, la densidad, la temperatura, la velocidad, la aceleración y la energía. En términos generales, es toda propiedad de los cuerpos o sistemas que puede ser medida. De lo dicho se desprende la importancia fundamental del instrumento de medición en la definición de la magnitud.

#### 3.1.-Definición de la magnitud física

La **Oficina Internacional de Pesos y Medidas**, define a la magnitud como *un atributo de un fenómeno, un cuerpo o sustancia que puede ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.*

A diferencia de las unidades empleadas para expresar su valor, las magnitudes físicas se expresan en cursiva: así, por ejemplo, la "masa" se indica con "*m*", y "una masa de 3 kilogramos" se expresa como  $m = 3 \text{ kg}$ .

### 3.2.- Tipos de magnitudes físicas

Las magnitudes físicas pueden ser clasificadas como:

- Las **magnitudes escalares** son aquellas que quedan completamente definidas por un número y las unidades utilizadas para su medida. Esto es, las magnitudes escalares están representadas por el ente matemático más simple, por un número. Podemos decir que poseen un módulo, pero que carecen de dirección. Su valor puede ser independiente del observador (por ej.: la masa, la temperatura, la densidad, etc.) o depender de la posición (por ej.: la energía potencial), o estado de movimiento del observador (por ej.: la energía cinética).
- Las **magnitudes vectoriales** son aquellas que quedan caracterizadas por una cantidad (intensidad o módulo), una dirección y un sentido. En un espacio euclidiano, de no más de tres dimensiones, un vector se representa mediante un segmento orientado. Ejemplos de estas magnitudes son: la velocidad, la aceleración, la fuerza, el campo eléctrico, el campo magnético
- Las **magnitudes tensoriales** son las que caracterizan propiedades o comportamientos físicos modelizables mediante un conjunto de números que cambian tensorialmente al elegir otro sistema de coordenadas asociado a un observador con diferente estado de movimiento (marco móvil) o de orientación.

## 4.- SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES:

Para resolver el problema que suponía la utilización de unidades diferentes en distintos lugares del mundo, en la XI Conferencia General de Pesos y Medidas (París, 1960) se estableció el Sistema Internacional de Unidades (SI), definiéndose:

### 4.1.- Las Magnitudes Fundamentales

Una magnitud fundamental es aquella que se define por sí misma y es independiente de las demás (masa, tiempo, longitud, etc.), asignándosele la unidad correspondiente

### 4.2.- Las Magnitudes Derivadas.

Una magnitud derivada es aquella que se obtiene mediante expresiones matemáticas a partir de las magnitudes fundamentales (densidad, superficie, velocidad).

En la Tabla N° 1, se pueden ver las magnitudes fundamentales del SI, la unidad de cada una de ellas y la abreviatura que se emplea para representarla. En la Tabla N° 2 se observan los múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI, con los prefijos, símbolos y potencia de 10 correspondiente. En la Tabla N° 3 aparecen algunas magnitudes derivadas junto a sus unidades y abreviaturas

**Tabla N° 1:** Magnitudes fundamentales del SI

<b>Magnitud fundamental</b>	<b>Unidad</b>	<b>Abreviatura</b>
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Intensidad de corriente	amperio	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

**Tabla N° 2:** múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI,

<b>Múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI</b>					
<b>Prefijo</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Potencia</b>	<b>Prefijo</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Potencia</b>
giga	G	$10^9$	deci	d	$10^{-1}$
mega	M	$10^6$	centi	c	$10^{-2}$
kilo	k	$10^3$	mili	m	$10^{-3}$
hecto	h	$10^2$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
deca	da	$10^1$	nano	n	$10^{-9}$

**Tabla N° 3:** Algunas magnitudes derivadas

<b>Magnitud</b>	<b>Unidad</b>	<b>Abreviatura</b>	<b>Expresión SI</b>
Superficie	metro cuadrado	$m^2$	$m^2$
Volumen	metro cúbico	$m^3$	$m^3$
Velocidad	Metro/segundo	m/s	m/s
Fuerza	newton	N	$Kg \cdot m/s^2$
Energía, trabajo	julio	J	$Kg \cdot m^2/s^2$
Densidad	kilogramo/metro cúbico	$Kg/m^3$	$Kg/m^3$

## 5.- PROCESO DE MEDICION DE MAGNITUDES FISICAS

En todo proceso de medición intervienen 3 elementos: la magnitud física a medir, el instrumento de medición y el observador. De acuerdo a la magnitud a medir se elige el instrumento de medición adecuado considerando para tal efecto el orden de magnitud, la precisión y exactitud requerida. Cuando se utilizan sistemas de adquisición de datos con PC, se minimiza la influencia del observador.

### 5.1.- Definiciones en un proceso de medición

**Magnitud:** Es toda propiedad de los cuerpos que se puede medir. Por ejemplo: temperatura, velocidad, masa, peso, etc.

**Medir:** Es comparar la magnitud con otra similar, llamada unidad, para averiguar cuántas veces la contiene.

**Unidad:** Es una cantidad que se adopta como patrón para comparar con ella cantidades de la misma especie. Ejemplo: Cuando decimos que un objeto mide dos metros, estamos indicando que es dos veces mayor que la unidad tomada como patrón, en este caso el metro

**5.2.- Exactitud y precisión:** En la vida cotidiana estos términos suelen usarse indistintamente, sin embargo en el lenguaje científico se hace una clara diferencia entre ambos.

**La exactitud** de una medida está relacionada con qué tan cerca se encuentra ésta del valor verdadero. En cambio,

**La precisión** de una medida guarda relación con que tan dispersas pueden resultar las medidas respecto de su valor medio, sin tomar en cuenta si dicho valor medio está o no cerca del valor verdadero. Una situación análoga a esto se ilustra con el siguiente ejemplo: Una persona dispara a un blanco, con un rifle de excelente calidad, pero al cual le han desviado la mira. En tal caso, todos los disparos estarán muy poco dispersos entre sí, pero desviados del centro del blanco. Se dice que los disparos son muy precisos, pero poco exactos. En cambio, si la misma persona utiliza un rifle de menor calidad, pero que no tiene la mira desviada, los disparos se distribuirán en torno al blanco, sin embargo, se encontrarán más dispersos que en el caso anterior. En este caso, se dice que los disparos resultaron más exactos que los otros, pero menos precisos.

En los experimentos es deseable que las medidas sean tanto exactas como precisas. Sin embargo, ello puede requerir gastos y tiempos mayores, por lo que normalmente se realizan las mediciones teniendo en cuenta el propósito o uso que se le va a asignar al resultado.

## 6.- INCERTIDUMBRE DE LAS MEDIDAS.

### 6.1.- Fuentes de Incertidumbre

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- la naturaleza de la magnitud que se mide,
- el instrumento de medición,

- el observador,
- las condiciones externas.

Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida. La tarea de detectar y evaluar las incertidumbres no es simple e implica conocer diversos aspectos de la medición.

En principio, es posible clasificar<sup>(1)</sup> las fuentes de incertidumbres en dos conjuntos bien diferenciados, las que se deben a:

### **6.2.- Errores sistemáticos:**

Son los errores que **se repiten** constantemente y afectan al resultado en un solo sentido (aumentando o disminuyendo el valor de la medida.). Suelen ser debidos a una mala construcción o calibración de los aparatos de medida, a su utilización en condiciones distintas de las debidas, o por empleo erróneo del procedimiento de medida por parte del observador. En general pueden ser evitados cambiando el aparato o el método de medida.

Ejemplo: queremos medir el tiempo empleado por una esfera en caer desde una cierta altura, y utilizamos un cronometro que atrasa.

### **6.3.- Errores accidentales:**

Son aquellos que afectan de manera **aleatoria e imprevisible** a la medida. Tales errores suelen ser debidos a múltiples factores que actúan simultáneamente: defectos en la apreciación del valor por parte del observador, pequeñas fluctuaciones en las condiciones de medida, etc. Su eliminación es prácticamente imposible, pero se pueden compensar haciendo varias medidas y promediándolas.

### **6.4.- Error instrumental:**

Siempre está presente en todo proceso de medición de una magnitud física debido a la limitación instrumental, debida al hecho de que no existen instrumentos cien por ciento preciso y exacto . Así, por ejemplo, una regla graduada en milímetros será incapaz de detectar diferencias de longitud inferior al milímetro.

### **6.5.- Valor verdadero de una magnitud física**

Es una cantidad que nunca se podrá conocer con una exactitud y seguridad absoluta.

## **7.- ESTADISTICA DE LAS MEDICIONES**

Conocer el valor real, exacto, de una magnitud física es un problema totalmente utópico. Podemos aproximarnos a él, pero nunca podremos saber si realmente es dicho valor, pues los instrumentos de medida, así como los sentidos del observador, tienen un límite de sensibilidad. Aparte de que no podemos tener la garantía de que nuestro sistema de medida no perturbe el valor real. Con todas estas consideraciones parece lógico que en Física no se hable nunca del valor exacto de una magnitud, sino del valor "más probable" de ella.

Cuando en un proceso de medición se han tomado las precauciones para eliminar los errores sistemáticos, la repetición de las medidas es el arma para luchar contra los errores aleatorios y el análisis e interpretación de esta medición<sup>(2)</sup> es a través de los métodos estadísticos

### 7.1.- Valor más probable y Desviación

Hasta ahora hemos considerado el posible error de una medida. Si repetimos varias veces la medición es muy posible que se obtengan diferentes valores de ella. En este caso se acostumbra<sup>(1)</sup> a considerar como valor más probable el "valor medio" que se define como:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

siendo n el número de mediciones realizadas.

Sin embargo, sería mucha suerte que este valor medio coincidiera con el valor real de la magnitud que se mide. Nuestro problema radica, pues, en delimitar un entorno alrededor del valor medio de x, en el interior del cual tenemos la "certeza", o al menos un alto porcentaje de probabilidad, de que se halla el valor real.

Antes de seguir más adelante, definiremos algunos conceptos de interés práctico:

— "Desviación"  $D_i = x_i - \bar{x}$

— "Desviación media"  $\bar{D} = \frac{\sum |D_i|}{n}$

— "Desviación estándar"  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum D_i^2}{n}}$

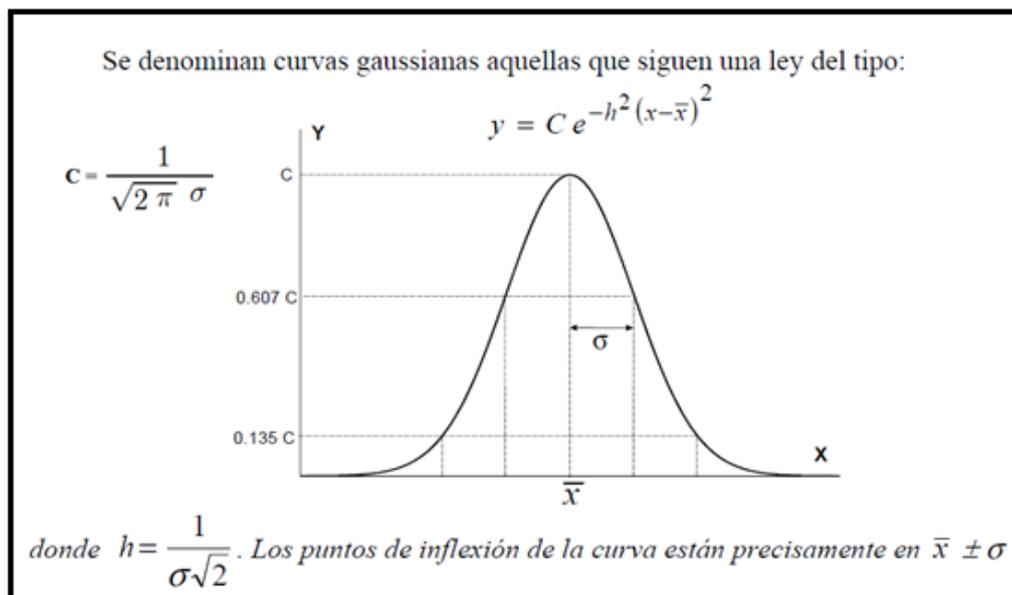
### 7.2.- Distribución Gaussiana o normal de las medidas

Cuando las mediciones de un magnitud física está libre de errores sistemáticos y sus errores son solo aleatorios, la desviación estándar nos da una idea de la dispersión de las lecturas alrededor del valor medio. Si se han tomado muchas mediciones, y estas siguen una curva de distribución normal de probabilidad, (gaussiana) como muestra la figura 1, se demuestra en estadística que el 68,3 % de ellas estarán en el intervalo  $\pm \sigma$  del valor medio, y el 95 % en el intervalo  $\pm 2\sigma$ . Sin embargo, el experimentador no acostumbra a repetir la medida más de 10 veces, y en este caso, resulta más práctico tomar como desviación estándar a la desviación típica o muestral s

$$\sigma \cong s = \sqrt{\frac{\sum D_i^2}{n-1}}$$

El gráfico de la Figura N°1, muestra que hay pocas mediciones en los extremos y un aumento paulatino hasta llegar a la parte central del

recorrido, donde está la mayoría de ellas. Además se observa que es una curva positiva continua, simétrica respecto a la media, donde la media es un máximo y que tiene 2 puntos de inflexión, situados a ambos lados de la media (en  $\bar{x} - \sigma$  y  $\bar{x} + \sigma$  respectivamente) y a distancia  $\sigma$  de ella



**Figura 1:** Curva gaussiana

### 7.3.- Error cuadrático medio

Más interesante que la desviación estándar  $\sigma$ , es conocer la proximidad del valor medio de  $x$  al valor real. Aunque es imposible saberlo con certeza, si podemos saber la probabilidad de que el valor real se halle en un entorno del valor medio de  $x$ .

Para ello se define como error más probable, o bien "error cuadrático medio":

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum D_i^2}{n(n-1)}}$$

Si la distribución es gaussiana se demuestra en estadística que hay un 68.% de probabilidad de que el valor real se halle en el entorno

$$(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon)$$

y un 95 % de que esté en .

$$(\bar{x} - 2\varepsilon, \bar{x} + 2\varepsilon)$$

Existe una diferencia importante entre la desviación estándar y el error cuadrático medio. Mientras aquella depende únicamente de la precisión con que se hayan efectuado las medidas y no del número de ellas, el error cuadrático

medio depende de  $n$ , de modo que según crece el número de medidas disminuye el valor de  $\varepsilon$ . En cualquier caso, por ser esta dependencia cuadrática, llega un momento en que hay que variar *mucho*  $n$  para conseguir una pequeña variación del error cuadrático medio. Una manera aproximada de calcular el error  $\varepsilon$ , es a partir de la fórmula de Peters:

$$\varepsilon \cong \frac{5}{4} \frac{\bar{D}}{\sqrt{n-1}}$$

En la actualidad muchas calculadoras de bolsillo incorporan rutinas que permiten calcular, en forma rápida y sencilla, el valor medio de  $x$ , ( $\bar{x}$ ), también llamado valor más probable o mejor valor de  $x$  y la desviación estándar  $\sigma$ , o la desviación típica o muestral  $S$ .

En el presente curso los cálculos estadísticos de  $\bar{x}$  y  $S$ , se realizarán mediante rutinas que contienen los software DS (Data Studio) o GA (Graphical Analysis), mediante los cálculos equivalentes siguientes:

$$\bar{x} = \text{Media} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \qquad S = \text{desv. típica} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i^2) - N(\bar{x})^2}{N-1}}$$

#### 7..4.- Resultado de un Proceso de medición de una magnitud física

En un proceso de medición directa de una magnitud física, en base a la utilización de un instrumento de medición, el resultado de la medida de  $x$  será:

$$x = \bar{x} \pm S \text{ (unidad)}$$

En que se considera a  $\bar{x}$  como **el mejor valor de  $x$**  (con un 68,3 % de probabilidad de poder obtenerlo) y a  $S$  como el error. El resultado de la medida debe ir **acompañado de la unidad** correspondiente.

El error debe entregarse con **una sola cifra significativa**, y el mejor valor debe entregarse con la precisión que tenga el error

En otros términos también puede decirse que: " Existe un 68,3% de probabilidad de que al realizar una medida, ésta sea algún valor entre  $(\bar{x} - S)$  y  $(\bar{x} + S)$ "

— **Ejemplo:** Al medir el diámetro ( $d$ ), de una bola de acero, con un tornillo micrométrico se han obtenido los valores de  $d$  que se muestran en la Tabla N° 4

**Tabla N° 4:** Diámetro  $d$ , (en [mm]), de una bola

medida	Diámetro $d$ [mm]	Desviación $D_i = d_i - d$ $10^{-2}$ [mm]	$D_i^2$ $10^{-4}$ [mm <sup>2</sup> ]
1	18.34	+1.7	2.89
2	18.32	-0.3	0.09
3	18.33	+0.7	0.49
4	18.32	-0.3	0.09
5	18.31	-1.3	1.69
6	18.33	+0.7	0.49
7	18.32	-0.3	0.09
8	18.32	-0.3	0.09
9	18.31	-1.3	1.69
10	18.33	+0.7	0.49

$$\Sigma d_i = 183.23, \quad \Sigma D_i^2 = 8.1 \times 10^{-4}, \quad n = 10$$

De la Tabla N° 4, se obtiene:

— **Mejor valor de  $d$ ,**  $\langle d \rangle = \Sigma d_i / n, = 18.323$  [mm]

— **Desviación media de  $d$ ,**  $\bar{D} = \frac{\Sigma |D_i|}{n} = 7.6 \times 10^{-2}$  [mm]=0.08 [mm]

— **Desviación típica de  $d$ ,**  $\sigma \cong s = \sqrt{\frac{\Sigma D_i^2}{n-1}} = 9.487 \times 10^{-3} = 0.009$  [mm]

— **Error cuadrático medio de  $d$ ,**  $\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 3 \times 10^{-3} = 0.003$  [mm]

— **Resultado de la medición:**  $d = (18.323 \pm 0.009)$  [mm]

**Interpretación:** “Existe un 68.3 % de probabilidad de que el valor más probable o mejor valor de  $d$ , sea algún valor entre 18.314 y 18.332 [mm]”

### 7.5.- Error absoluto y relativo

El error del resultado final puede expresarse de dos formas distintas, o bien con el valor que indica el entorno de probabilidad, y que designaremos como  $S$  y que se llama "error absoluto", o bien con el cociente  $S/x$  que llamaremos "error relativo". Es obvio que este último será mucho más interesante que el anterior, pues nos permite precisar mejor la bondad de una medición. Así, p.ej. determinar con un error absoluto de  $\pm 0,1$  cm una longitud de 1 cm, o bien una de 100 cm. es algo muy diferente. En el primer caso el error relativo sería  $\pm 0,1/1$  y en el segundo  $\pm 0,1/100$ . No hay duda de que esta segunda medida es mucho más precisa que la primera.

## 8.- PROPAGACIÓN DE ERRORES

### 8.1.- Mediciones indirectas

Frecuentemente el resultado final de un experimento es una cantidad que debe calcularse mediante una ecuación que contiene variables medidas experimentalmente.

Sea  $y$  una magnitud física cuyo resultado debe calcularse a partir de  $N$  variables  $x_i$  determinadas experimentalmente, o sea:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

en que:  $x_1 = \bar{x}_1 \pm S_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2 \pm S_2$ , ...,  $x_N = \bar{x}_N \pm S_N$

siendo:  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N$ , los mejores valores de  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ,  $y$   
 $S_1, S_2, \dots, S_N$ , los errores respectivos de  $x_1, x_2, \dots, x_N$ .

La variable  $y$ , a calcular, también debería tener la forma:  $y = \bar{y} \pm S_y$

siendo:  $\bar{y}$ , el mejor valor de  $y$ ;  $S_y$ , el error de  $y$ .

### 8.2.- Mejor valor de una medición indirecta

El mejor valor de  $y$ , o sea  $\bar{y}$  se obtiene al evaluar la función con los mejores valores de  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , o sea:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N)$$

### 8.3.- Error en una medición indirecta

El error de  $y$ , o sea  $S_y$ , puede estimarse mediante la expresión:

$$s_y^2 = \sigma_f^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_N}^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2$$

dónde:  $\sigma_{x_i}$  : es el error asociado a la variable  $x_i$ , o sea  $S_i$ .

$\left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)$  : es la derivada parcial de  $f$  respecto de  $x_1$ ,  $y$  representa la sensibilidad del resultado relativa a la variable  $x_1$  y debe evaluarse en el punto  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N)$ .

Analizando esta ecuación antes de realizar el experimento puede estudiarse la posibilidad de realizar medidas muy cuidadosas de aquellas variables  $x_i$  que tienen mayor influencia en el error del resultado final, ya sea porque la sensibilidad asociada es alta, o porque el error de dicha variable es alto o ambas cosas a la vez.

### 8.4.- Número de cifras del resultado

Una vez hecho el estudio de errores de una medida, ya sea con mediciones directas o indirectas, el resultado debe expresarse con el número de cifras adecuado al error de la magnitud. Como norma puede tomarse que la última cifra del resultado debe coincidir con la primera del error. De manera que si el error absoluto afecta a la cifra de las décimas, el resultado final incluirá cifras

significativas hasta las décimas ("redondeándose" la última en el caso de que la cifra de las centésimas fuese 5 o mayor que, 5). Así, por ej.: si la calculadora nos ha dado como valor final de la aceleración de la gravedad:  $g = 9,81357296321 \text{ m/s}^2$  y sabemos que su error absoluto es  $S_g = \pm 0,2 \text{ cm/s}^2$ . En este caso, el resultado deberá ser:

$$g = (9.814 \pm 0,002) [\text{m/s}^2].$$

Si el error absoluto hubiese sido  $S_g = \pm 12,3 \text{ cm/s}^2$  el resultado de la medición sería:

$$g = (9.8 \pm 0,1) [\text{m/s}^2]$$

— **Ejemplo:** Para determinar la densidad  $\rho$  de una bolita de rodamiento, se mide su masa  $M$  y su diámetro  $D$ , obteniéndose:

$$M = (42,10 \pm 0.03) [\text{g}], \quad D = (2.166 \pm 0.005) [\text{cm}]$$

Como la densidad  $\rho = \text{masa/volumen}$ , y considerando que la bolita es esférica, se tiene:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{6M}{\pi D^3}$$

El cálculo del mejor valor de  $\rho$  se obtiene al reemplazar los mejores valores de  $M$  y  $D$  en la ecuación anterior, así:

$$\langle \rho \rangle = \frac{6 \times 42,10}{\pi \times 2,166^3} = 7,9123978\dots$$

Para el cálculo del error de  $\rho$ , se utiliza la Ecuación:

$$s_y^2 = \sigma_f^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_N}^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2$$

aplicada a la ecuación  $\rho = \frac{6M}{\pi D^3}$ , así el error resulta:

$$S_\rho = \sqrt{\left( \frac{6S_M}{\pi D^3} \right)^2 + \left( \frac{18MS_d}{\pi D^4} \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{6 \times 0,03}{\pi \times 2,166^3} \right)^2 + \left( \frac{18 \times 42,10 \times 0,005}{\pi \times 2,166^4} \right)^2} = 0,06 \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$$

Como el error de  $\rho$ , se debe dar con una sola cifra significativa y el valor más probable de  $\rho$  (o mejor valor de  $\rho$ ) con la precisión del error, el resultado final será:

$$\rho = (7,91 \pm 0,06) [\text{g/cm}^3].$$

## 8.5.- Cifras Significativas.

Las cifras o dígitos que se utilizan para expresar el mejor valor de una magnitud física, obtenido directa o indirectamente, se denominan *cifras significativas*. Las cifras significativas pueden ser números enteros o decimales.

En el ejemplo anterior, el mejor valor de la densidad  $\rho$  es 7,91; se dice que el número es incierto en las centésimas de  $[\text{g}/\text{cm}^3]$  y que el resultado tiene tres cifras significativas.

A continuación se dan algunos ejemplos de números experimentales indicándose el número de cifras significativas.

23,048 [m]	:	tiene 5 cifras significativas.
0,028 [s]	:	tiene 2 cifras significativas.
1,6 [kg]	:	tiene 2 cifras significativas.
1,600 [kg]	:	tiene 4 cifras significativas.

Note que en primer ejemplo el cero se contabiliza como cifra significativa. No así en el segundo ejemplo, puesto que en este caso los ceros bien podrían obviarse utilizando potencias de diez, o sea 0,0028 se puede expresar como  $28 \times 10^{-3}$ . Los ceros sólo permiten indicar que la cantidad son 28 milésimas. El tercero y cuarto ejemplos se refiere a dos números que del punto de vista matemático podrían considerarse equivalentes, pero del punto de vista de las mediciones son diferentes, por cuanto el primero de ellos no entrega información respecto de las centésimas y de las milésimas de kilogramos. En cambio el segundo de ellos sí indica expresamente que las centésimas y milésimas de kilogramos se midieron, y por lo mismo son cifras significativas que deben escribirse.

Al expresar un número experimental en otras unidades se debe tomar en cuenta el orden de su incertidumbre y por lo mismo el número de dígitos con que debe expresarse. Así, el número debe ser escrito con la cantidad de cifras necesarias y suficientes para que la última cifra de la derecha refleje el orden de su incertidumbre, independientemente de las unidades en que se exprese.

Lo anterior se generaliza con las siguientes reglas para los números experimentales:

- Los ceros a la derecha se escriben sólo si resultan del proceso de medición y en tal caso se consideran cifras significativas.
- Los ceros a la derecha que no son significativos deben obviarse utilizando para ello las potencias de diez adecuadas.
- Los ceros a la izquierda pueden obviarse o no con potencias de diez. En el caso que se escriban, no se consideran cifras significativas, ya que sólo permiten dar el orden de magnitud de la cantidad.
- Los ceros entre dos cifras distintas de cero son del resultado de la medición y por ellos son significativos.

## 8.6.- Notación científica.

Una forma de estandarizar la escritura de los números experimentales es escribirlos con una sola cifra entera, dejando el resto como decimales.

Para lograr esto se utiliza la potencia de diez adecuada para cada caso.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} 0,000405 [\text{s}] &= 4,05 \times 10^{-4} [\text{s}]. \\ 8204,693 [\text{km}] &= 8,204693 \times 10^3 [\text{km}]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30,00 \text{ [kg]} &= 3,000 \times 10 \text{ [kg]}. \\ 3 \times 10^2 \text{ [m/s]} &= 3 \times 10^2 \text{ [m/s]}. \end{aligned}$$

### 8.7.- Operaciones matemáticas con números experimentales.

Al realizar operaciones con números experimentales, es indudable que el orden de la incerteza de cada uno de ellos, que se refleja en sus cifras significativas, influya en el orden de la incerteza del resultado. Por esta razón, el resultado debe escribirse con el número adecuado de cifras significativas de manera que dé cuenta o refleje este orden de incerteza. Este es un problema de propagación de errores y debe ser tratado como tal. Por ejemplo

- **Suma y resta de números experimentales.**

Consideremos la suma de las cantidades experimentales expresadas en [s]:

$$18,345 + 234,3 + 0,8294 = 253,4744 \text{ [s]}$$

Para determinar las cifras significativas del resultado se considera que cada cantidad experimental tiene una incertidumbre de una unidad del orden de su última cifra. Así, la incertidumbre de 18,345 se considera que está en la milésima y es  $\pm 0,001$ . La incertidumbre de 234,3 se considera en la décima, o sea  $\pm 0,1$  y la de 0,8294 se considera  $\pm 0,0001$ . Aplicando la teoría de propagación de errores se obtiene que:

- el mejor valor de la suma será: 253,4744 [s]
- y el error  $(0.001^2 + 0.1^2 + 0.0001^2)^{1/2}$  será: 0.1 [s]
- El resultado de la suma será  $(253,5 \pm 0,5)$  [s]

Si éste procedimiento se aplica a otros casos se puede observar, que en general cumple con la siguiente regla o criterio, que resulta fácil de aplicar y abrevia el análisis realizado anteriormente.

**Criterio 1:** Al sumar o restar números experimentales el resultado debe escribirse sólo hasta la cifra que refleje el mayor orden de incertidumbre presente en los números a operar.

De acuerdo a este criterio, lo primero que debemos hacer es identificar cual es la cantidad con mayor orden de incerteza y después de realizar las operaciones, aproximar el resultado a dicho orden de incerteza.

- **Multiplicación, división, potenciación, extracción de raíz.**

Al efectuar multiplicaciones, divisiones, potenciaciones y extracción de raíz, también se puede llegar a establecer una regla. Para ello se hacen las mismas consideraciones anteriores sobre cada una de las cantidades experimentales a operar, en el sentido que a cada una de las cantidades se les atribuye una incertidumbre en su última cifra. Por ejemplo en el siguiente calculo

$$(2,45 \times 10^3) \times 0,001936 \times (3,107)^{1/2} / 13,645 = 0,612729....$$

Para determinar las cifras significativas del resultado se considera que cada cantidad experimental tiene una incertidumbre de una unidad del orden de su última cifra. Aplicando la teoría de propagación de errores se obtiene que:

- el mejor valor del cálculo será: 0,612729....

- el error será  $(6.26 \times 10^{-6} + 1.00 \times 10^{-7} + 9.72 \times 10^{-15} + 2.02 \times 10^{-9})^{1/2} = 0.003$
- El resultado del cálculo será  $(0,613 \pm 0,003)$

Si éste procedimiento se aplica a otros casos se puede observar, que en general cumple con la siguiente regla o criterio, que resulta fácil de aplicar y abrevia el análisis realizado anteriormente

**Criterio 2:** Al multiplicar, dividir, elevar a potencia o extraer raíz de una cantidad experimental el resultado debe expresarse con una cantidad de cifras significativas igual a la del número experimental con menos cifras significativas.

- **Operaciones combinadas**

Cuando hay que realizar operaciones que combinan sumas con restas, multiplicaciones, divisiones y otras operaciones es más conveniente aplicar directamente la teoría de propagación de errores

## 9.- ORGANIZACIÓN DE LOS DATOS:

En un experimento, generalmente se organiza la toma de datos a través de tablas de valores. También, tanto para la redacción de un artículo científico como para una comunicación de los resultados del experimento, se hace necesario organizar los datos de manera que se hagan patentes al lector o al auditorio, de modo que su presentación específica e individualizada, permita la percepción de los resultados y de su interrelación de una manera simple y clara. Para la presentación de datos podemos utilizar tablas, gráficos y figuras.

El uso de uno u otro vendrá determinado por el tipo de comunicado (informe escolar, artículo de revista o comunicación a congresos). Pero todos ellos, deben seguir unas reglas para su elaboración.

### 9.1.- Tablas de valores

Una tabla es la exposición de una serie de datos interrelacionados entre sí. Las tablas son formas de ordenar los resultados experimentales. La variable que nosotros modificamos a voluntad (variable independiente) se pone en la primera de las filas o columnas. La variable que medimos (variable dependiente) la ponemos en la segunda fila o columna.

### 9.2.- Partes de una tabla de valores.

La elaboración de tablas ha de atender ante todo a un principio de economía expresiva, en consecuencia los datos representados no deben requerir más explicación que la proporcionada por su título y encabezamientos y consta de las siguientes partes:

- **Título:** describe el contenido de la tabla e indica su número de orden. Debe ser breve, con un máximo de 10 palabras y no más de 2 líneas. Hay que evitar términos ambiguos, como palabras de relleno o recursos retóricos como: resultados de...; estudio de...; valoración de...
- **Encabezamiento de columna:** identifica el tipo de datos y descripciones alineados verticalmente ( Si la disposición de los datos es en columnas)
- **Encabezamiento de fila:** identifica el tipo de datos y descripciones alineados

horizontalmente en cada fila a la derecha.

Ambas filas o columnas deben ir precedidas (encabezamiento) del nombre de la variable que indican, del símbolo que las representan y de la unidad de medida utilizada. Debiéndose poner todos los datos de una misma fila o columna con la misma unidad y potencia 10, si fuese necesario

— **Notas al pie:** explican detalles del contenido de la tabla.

La utilización de las tablas de valores es recomendable cuando se desea, mostrar el rigor de la colección de los datos y se estima más pertinente la comunicación explícita de los mismos. En cambio, se recomienda el uso de los gráficos cuando se desea comunicar rápidamente la situación de evolución o tendencia de los datos en su conjunto, pues son bastante expresivos

En una publicación o informe se mencionan las tablas y figuras con un número.

### 9.3.- Figuras

La figura es todo aquel material de ilustración que incluye gráficas, diagramas, fotografías; o sea, todo aquello que precisa un trabajo diferente a la mera composición tipográfica. Podemos decir que la figura es la imagen de las ideas. Si una tabla se concibe para realzar interrelaciones entre los datos, las figuras encuentran su motivo en la mera exposición de un hecho físico (fotografía) o en la voluntad de mostrar patrones o tendencias de una variable o de varias a la vez.(gráfico)

### 9.4.- Gráficos

El gráfico es una representación de datos numéricos, que mediante recursos gráficos (por Ej.: líneas, vectores, superficies o símbolos), manifiesta visualmente la relación matemática o correlación estadística que guardan entre sí.

También es el nombre que se da a un conjunto de puntos que se dibujan en un sistema de coordenadas cartesianas y que sirven para analizar el comportamiento de un proceso o también puede referirse a un conjunto de elementos o signos que permiten la interpretación de un fenómeno.

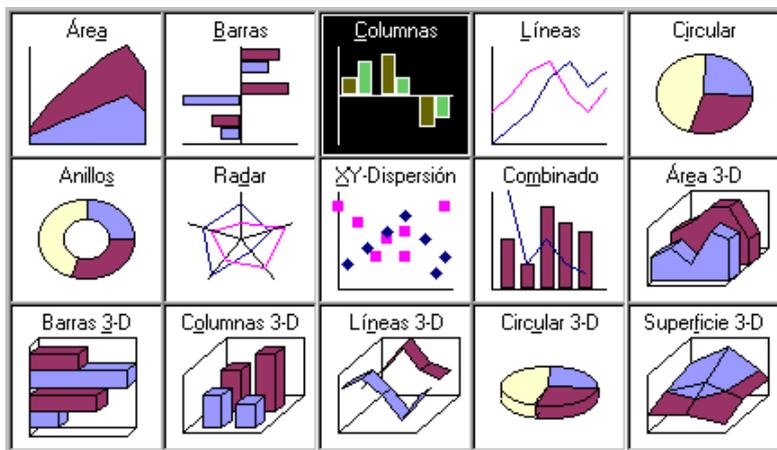
La representación gráfica permite establecer valores que no se han obtenido experimentalmente sino mediante la interpolación (lectura entre puntos) y la extrapolación (valores fuera del intervalo experimental). No es más que una representación de una tabla en forma de diagrama. Su utilidad se manifiesta de dos maneras, pues:

- Permite reconocer a golpe de vista la existencia de relación entre las variables representadas, así como determinar algunos rasgos clave de la misma, de forma que las conclusiones obtenidas pueden ser utilizadas para formular modelos explicativos.
- También puede ayudar a comparar los resultados ofrecidos por los modelos con los hechos, mediante la representación gráfica de ambos.

### 9.5.- Tipos de gráficos

Antes de elegir una forma u otra de representación gráfica ha de atenderse a la propia naturaleza de la información que se desea transmitir.

La Figura N° 2, muestra una gran variedad de gráficos que pueden utilizarse dependiendo de la naturaleza de los datos y que están disponibles en programas utilitarios como Excel



**Figura N° 2:** Tipos de gráficos disponibles en Excel

Regularmente en física se utilizan gráficos lineales, de dispersión y polares (radiales)

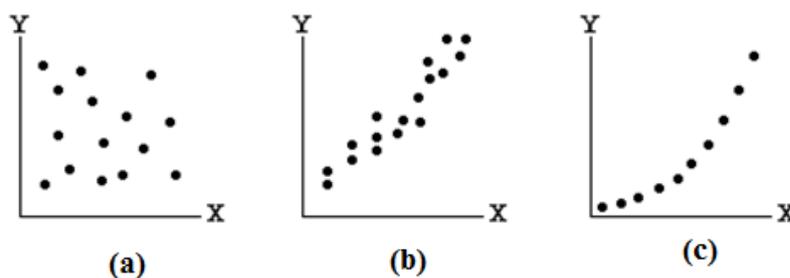
**El Gráfico lineal:** son una buena solución para representar gráficamente datos numéricos. Resultan especialmente útiles para expresar los cambios que se producen en los valores entre las distintas categorías de datos generalmente Se utilizan para representar cambios en relación al tiempo.

**El Gráfico de dispersión** es una representación de los datos de la tabla en un sistema de coordenadas cartesianas en donde en el eje X (abscisa) se representa la variable independiente y en eje Y.(ordenada) la variable dependiente Los datos de la tabla de valores se representan en forma de varios puntos en el gráfico.

**El Grafico polar:** se usa para representar algunas magnitudes físicas que se miden para distintos ángulos. La longitud del radio vector que parte del centro común representa a la magnitud física

## 10.- RELACIÓN ENTRE VARIABLES

Una de las formas más cómodas de visualizar la posible relación que pudiera existir entre dos variables físicas es hacer un gráfico de los valores que las relacionan. Las situaciones que pueden darse al hacer los gráficos se podrían agrupar en los tres tipos, que a modo de ejemplo se ilustran en la Figura N° 3.



**Figura N° 3:** Tipos de relaciones entre variables

El gráfico (a) de la Figura N° 3 muestra una situación que indica que las variables no guardan ninguna relación o vínculo. En este caso se dirá que entre las variables no hay correlación.

El gráfico (b) de la misma figura se interpreta diciendo que las variables están correlacionadas estadísticamente. O sea, hay un vínculo entre ellas, pero en este vínculo están presentes otros factores no controlados, generalmente desconocidos. Un ejemplo de este tipo de relaciones se observa en los pesos y estatura de una población. Si bien es cierto tiende a observarse que a mayor estatura las personas en general tienen un peso mayor, tampoco es desconocido que esta relación no es tan clara dado que intervienen otros factores tales como los hereditarios, la práctica de deportes, el tipo de alimentación, etc.

El gráfico (c) muestra que las variables están relacionadas de manera que a un valor de una de ellas corresponde un único valor de la otra. Se dice que entre las variables existe una relación funcional. Lo cual se expresa diciendo que **y es función de x**, lo cual se escribe  $y = f(x)$  o simplemente  $y = y(x)$ . Este último caso corresponde a situaciones que se dan usualmente entre magnitudes físicas

### 10.1.- Relación funcional entre variables físicas

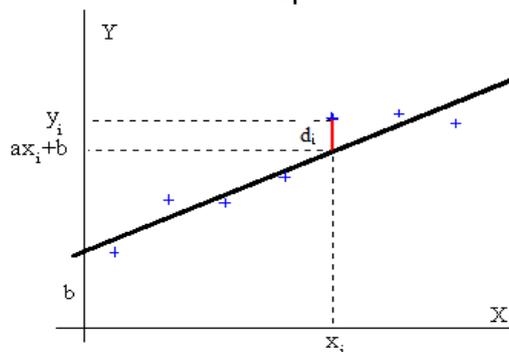
Siempre que sea posible deben exponerse los datos en forma de tabla, encabezándose esta con el nombre de la magnitud, su símbolo y unidades. Muy frecuentemente al representar estos valores en una gráfica es posible deducir consecuencias inmediatas a la vista de ella. Sin embargo, a fin de conseguir un mayor rigor, existen diversos métodos analíticos para ajustar los datos experimentales a determinadas funciones matemáticas, procurando que estas se acerquen lo más posible a todos los puntos.

### 10.2.- Ajuste por mínimos cuadrados

Dependiendo del experimento a analizar, la relación entre la variable dependiente y la independiente puede ser muy diverso, pero el mejor ajuste de los datos experimentales a determinadas funciones matemáticas, será aquel que se acerque lo más posible a todos los puntos. Este hecho impone tomar como postulado lo siguiente::

***"El valor más probable de una magnitud observada, es tal que la suma de los cuadrados de las desviaciones de estas medidas debe ser mínima".***

La figura N° 4, ilustra lo que entenderemos por desviación del dato experimental respecto del dato correspondiente a la función matemática de ajuste



**Figura N° 4:** Desviación de los datos experimentales de la recta de ajuste

De las dos variables a considerar, aquella que el experimentador controla a su arbitrio se denomina **variable independiente o controlada (x)**, la otra variable, que va tomando valores dependiendo de aquellos que se tomaron para la primera, se denomina **variable dependiente (y)**. Se acostumbra a graficar la variable independiente en el eje horizontal y la variable dependiente en el eje vertical.

La teoría estadística que aborda esta temática, bajo este postulado, se conoce como **Ajuste mínimo cuadrático** y puede aplicarse por igual a diferentes funciones matemáticas. Existen algunos programas utilitarios, como Graphical Analysis o Data Studio, que permiten calcular los parámetros (valor más probable y su error) que definen a las relaciones funcionales. Dichos programa, que utilizaremos en este curso, permite realizar ajustes como:

— Proporcional:	$y = A x$
— Lineal:	$y = A x + B$
— Cuadrática:	$y = A x^2 + B x + C$
— Polinomial:	$y = A x^4 + B x^3 + C x^2 + D x + E$
— Inversa	$y = A / x + B$
— Cuadrática inversa	$y = A / x^2 + B$
— Logarítmica natural	$y = A \text{Ln} (B x)$
— Exponencial Natural	$y = A e^{-Cx} + B$
— Exponencial inversa	$y = A(1 - e^{-Cx}) + B$
— Definir función	$y = \dots\dots(\text{por el usuario})$

### 10.3.- Ajuste lineal por mínimos cuadrados

A manera de ilustración del método de mínimos cuadrados, daremos a continuación, el razonamiento teórico que se supone en una variación lineal de la función ( $y = a x + b$ ). Asimismo, y para mayor sencillez, supondremos que:

- la incertidumbre afecta solo a las ordenadas  $y$ . Es decir, supondremos que las abscisas  $x$  se conocen "sin error".
- todas las  $y_i$  tienen igual "calidad". Es decir, no hay puntos "mejores" ni "peores", sino que todos tienen igual "peso".

El objetivo es, entonces, calcular los parámetros  $a$  y  $b$  de la función lineal:

$$y = a x + b$$

que más se aproxima a los puntos experimentales:

Debido a la imprecisión de las medidas, las diferencias  $y_i - a x_i - b$ , no son cero. La llamaremos dispersión  $d_i$ , de modo que:

$$d_i = y_i - a x_i - b$$

De acuerdo con el anterior postulado, la función más probable será aquella que consiga que el término  $\sum d_i^2$  sea mínimo. Por tanto:

$$d_i^2 = y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 + 2ab x_i - 2b y_i - 2a x_i y_i$$

$$\sum d_i^2 = \sum y_i^2 + a^2 \sum x_i^2 + n b^2 + 2ab \sum x_i - 2b \sum y_i - 2a \sum x_i y_i$$

donde n representa el número total de puntos.

Al imponer la condición de mínimo, debe verificarse que:

$$\frac{\partial}{\partial a} (\sum d_i^2) = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial b} (\sum d_i^2) = 0$$

Luego derivando, se tiene:  $a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$

$$a \sum x_i + b n = \sum y_i$$

Que es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas a y b, que resuelto permite calcular los parámetros a y b del ajuste lineal<sup>(3)</sup>

#### 10.4.- Parámetros del ajuste lineal

$$a = \frac{n (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) (\sum y_i)}{n (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{(\sum y_i) (\sum x_i^2) - (\sum x_i) (\sum x_i y_i)}{n (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

Es interesante destacar que cuando se trabaja con los valores medios:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

se verifica que:

$$\bar{y} = a \bar{x} + b$$

Es decir, *la recta más probable pasará precisamente por el punto medio*  $(\bar{x}, \bar{y})$

El cálculo del error con que se conocen estos parámetros a y b, excede los límites de esta exposición, pudiendo acudir a textos especializados <sup>(3)</sup>, donde se demuestra que

— el error cuadrático medio de a:  $\Delta a \cong \sqrt{\frac{A}{\sum (D_i^2)}}$

— el error cuadrático medio de b:  $\Delta b \cong \sqrt{A \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (D_i^2)} \right)}$

dónde:  $A = \frac{\sum d_i^2}{n-2}$  y  $\sum (D_i^2) = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum (x_i^2) - n \bar{x}^2$

### 10.5.- Coeficiente de correlación del ajuste lineal:

Cuando al representar los puntos  $(x_i, y_i)$  se observa una cierta relación lineal entre ellos se dice que existe una correlación entre  $x$  e  $y$ . Asimismo, se define <sup>(4)</sup> el "coeficiente de correlación" como:

$$r = \frac{s(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

donde  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son las desviaciones estándar:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum D_{xi}^2}{n}} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum D_{yi}^2}{n}}$$

y  $s(x, y)$  la covarianza:

$$s(x, y) = \frac{\sum D_{xi} D_{yi}}{n}$$

Sustituyendo, se obtiene la expresión que permite calcular el coeficiente de correlación

$$r = \frac{\sum D_{xi} D_{yi}}{\sqrt{\sum D_{xi}^2 \sum D_{yi}^2}}$$

O bien las ecuaciones equivalentes siguientes:

$$r = a \sqrt{\frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)(n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

que son expresiones más habituales para calcular el coeficiente de correlación.

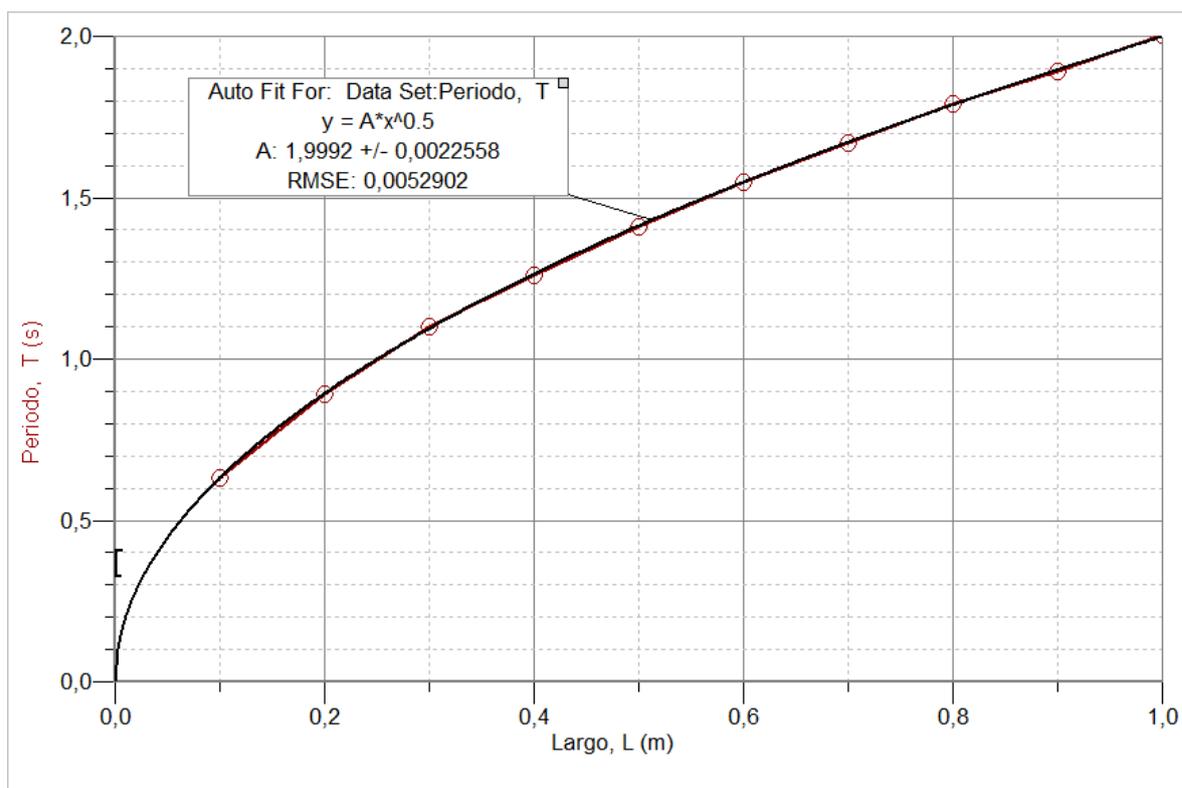
El coeficiente de correlación  $r$  tiene un rango de 0 a 1. Cuando  $r = 0$ , no existe ninguna correlación entre  $x$  e  $y$ , en tanto que cuando  $r = 1$  el ajuste es perfecto y la pendiente de la recta no tiene error. Por tanto, el coeficiente de correlación da una idea de la "calidad" de la relación lineal que exista entre  $x$  e  $y$ , siendo tanto mejor cuánto más próximo sea a 1.

— **Ejemplo:** Se mide el periodo  $T$  de un péndulo matemático, (en [s]), en función de su largo  $L$ , (en [m]), obteniéndose la tabla N° 5

**Tabla Nº 5:** Periodo T de un péndulo matemático, en función de su largo L

	Largo, L (m)	Periodo, T (s)
1	0,10	0,63000
2	0,20	0,89000
3	0,30	1,10000
4	0,40	1,26000
5	0,50	1,41000
6	0,60	1,55000
7	0,70	1,67000
8	0,80	1,79000
9	0,90	1,89000
10	1,00	2,01000

La figura Nº 5 muestra el grafico de dispersión del periodo T en función del largo L del péndulo.



**Figura Nº 5:** Periodo T del péndulo en función de su largo L

Además, en la figura se observa la curva de ajuste (del tipo Potencial) ya que la relación entre el periodo T y el largo L de un péndulo matemático, (para oscilaciones pequeñas), es de la forma

$$T=2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{L} = A\sqrt{L}$$

Donde  $A = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \text{constante}$

El ajuste es realizado usando el software Graphical Analysis, obteniéndose el valor de la constante A, como:

$$A = (1.999 \pm 0.002) [\text{s m}^{-1/2}]$$

Nótese que conocido el valor de A es posible calcular la aceleración de gravedad g del lugar

## 11.- ELABORACIÓN DE INFORME O PUBLICACIÓN

El estudiante, además de adquirir habilidades analíticas y de diseño para transformarse en un profesional exitoso, debe adquirir otras habilidades llamadas transferibles, que son tan importantes como el conocimiento mismo. Entre ellas están las llamadas habilidades de comunicación, que le permitirán al estudiante dar a conocer a otros sus ideas o hallazgos y defenderlas. Uno de los elementos más utilizados en la comunicación de conocimientos es el informe.

### 11.1.- El informe

El propósito de un informe es canalizar la información de forma clara y concisa. En él se deben sintetizar y exponer claramente las ideas del trabajo realizado y los resultados a que se llega. Un informe consta de varias partes, cada una de las cuales juega un rol determinado. En el caso de un informe de laboratorio de Física éste debe condensar el experimento que se ha realizado, dejando claro el fundamento físico en el cual se basa y las conclusiones a que se llega.

Los informes son muy importantes tanto en los centros de investigación, como en las empresas e industrias, pues a través de ellos se dan a conocer los avances de la investigación y/o trabajo que se está efectuando. En el caso de los centros de investigación estos informes pueden ser publicados en revistas científicas o técnicas de modo que los resultados pueden llegar a ser conocidos por investigadores de todo el mundo que se interesen en el área en cuestión. Un informe debe ser bien elaborado, pues él es el reflejo de la importancia y seriedad del trabajo que se hace.

### 11.2.- Diseño del informe

El diseño de un informe no es rígido. Sin embargo, a pesar de las variaciones que puedan encontrarse, el objetivo es el mismo: documentar sus hallazgos para comunicar el conocimiento que se ha adquirido a través de la experiencia de laboratorio. Para escribir un buen informe hay que cuidar la redacción, la ortografía, presentar claramente los datos, demostrando la comprensión de los conceptos que hay detrás de ellos. Por ejemplo, no es suficiente describir los resultados esperados y observados en el experimento, sino que la persona que lo escribe debería también identificar el cómo y porqué de las

diferencias observadas, explicando cómo ellas han afectado el experimento y mostrar su comprensión de los principios inherentes al experimento que ha realizado.

Si bien es cierto que no existe una manera única de escribir un informe, a través de los años se ha adoptado un formato conveniente de estructura que puede verse en trabajos publicados en revistas científicas, tales como la American Journal of Physics. La estructura que aquí se presenta es un formato general, usado en la mayoría de los trabajos de Física.

### **11.3.- Estructura del informe.**

A continuación se detallan las secciones que usualmente contiene un informe de experimentos de física

**Título:** El informe debe comenzar con un título. A continuación, deben especificarse el nombre de los autores y la fecha de realización y/o entrega.

**Resumen:** Como la palabra lo indica, sintetiza en pocas palabras el contenido del informe, de modo que el lector se dé cuenta de inmediato de los conceptos fundamentales incluidos en él ; de la naturaleza del experimento, de los resultados obtenidos y de los medios utilizados para alcanzarlos

**Introducción:** La introducción cumple dos objetivos: entregar una reseña del estado del arte de la temática a tratar y establecer los objetivos del trabajo realizado

**Procedimiento:** Esta sección debe describir breve y claramente el equipamiento utilizado, metodología aplicada para explicar cómo se prueban o verifican los principios o fenómenos que están siendo examinados. En esta parte, generalmente los datos que se han obtenido se agrupan en tablas y /o en gráficos y figuras que ilustran los pasos que se han seguido. La persona que elabora el informe, es en esta sección donde debe proveer suficiente información como para que otro investigador en su mismo campo pueda reproducir el experimento.

**Análisis de los datos:** Aquí se describen cómo fueron calculadas las cantidades derivadas a partir de los datos crudos. Algunos ejemplos de cálculo pueden reservarse para los apéndices. Aquí se deben explicar en forma clara y concisa los pasos involucrados en el manejo de los datos, entregando los resultados reales obtenidos Aunque los resultados se presentan comúnmente en forma cuantitativa, siempre debe haber una descripción cualitativa en un lenguaje claro y sencillo. Las figuras, gráficos y tablas pueden ayudar a sustentar los resultados, pero no se debe apoyar solamente en ellos para reunir la información esencial. Es importante enunciar explícitamente todos los resultados significativos. El trabajo debe incluir un análisis apropiado de las incertezas asociadas a cada cantidad.

**Discusión:** Esta sección es la parte más importante del informe. Aquí se tiene la oportunidad y el desafío de demostrar que se entiende el experimento. El autor del informe debe explicar, analizar e interpretar los resultados, siendo particularmente cuidadoso en la consideración de errores o problemas. Un estudiante debe presentar no sólo la información apropiada, sino también dejar en evidencia que entiende lo que ha escrito. Para ello debe preguntarse: ¿Cuál es el significado de estos resultados? En particular, enfocar la atención en preguntas como ésta: ¿Qué resultados se esperaban? ¿Qué resultados se obtuvieron? Si

existen discrepancias, ¿cómo explicarlas? ¿Tiene alguno de los resultados algún interés técnico o teórico en particular? ¿Cómo se relacionan estos resultados con los objetivos experimentales? ¿Cómo se comparan estos resultados con aquellos obtenidos en experimentos similares? ¿Cuáles son las ventajas y limitaciones del diseño experimental utilizado? Si hubo dificultades en el experimento, ¿cuáles fueron las posibles causas? ¿Cómo podrían evitarse en futuros experimentos?

**Conclusión:** En esta sección se deben extraer las conclusiones a partir de la discusión y los resultados, relacionándolas con los propósitos u objetivos que fueron propuestos, mencionando la incerteza asociada a estos resultados y no hacer generalizaciones amplias e infundadas. En esta sección se puede también criticar el experimento y hacer recomendaciones para mejorarlo.

**Agradecimientos:** Mencionar aquí (*cuando corresponda*) a las personas, instituciones o empresas que hayan contribuido al trabajo realizado.

**Referencias:** Escribir el detalle completo de las referencias usadas para preparar el trabajo, ya sea por orden alfabético o enumerándolas en la medida que se mencionan los distintos autores.

**Apéndices:** (*Cuando corresponda*). En un informe largo es común que parte del material dificulte la comprensión y/o lectura del trabajo si se incluye en el cuerpo del mismo, por ejemplo, una larga deducción de una fórmula, el listado de un programa que usó en el análisis de los datos, etc. Este material debe incluirse en los apéndices o anexos.

#### **11.4.- Notas generales respecto de informes.**

El futuro Licenciado en Física o el futuro Ingeniero debe estar preparado para trabajar en equipo, saber cómo entregar sus ideas, cómo discutirlos, cómo argumentarlas tanto de manera escrita como verbal. Si se dedica a la investigación experimental debe tener conciencia que un experimento real puede llevar meses o años. De aquí la importancia de hacer informes mensuales, semestrales o anuales, según sea el caso, que deben quedar en un archivo en el computador y una copia escrita en un archivador.

El informe debe comunicar los resultados eficientemente, tener una estructura lógica que permita al lector extraer fácilmente los puntos esenciales y conocer los logros alcanzados, debe reflejar la capacidad de síntesis que tiene la persona que lo elabora, siendo claro y conciso. Los informes que el estudiante haga sobre el trabajo que él realizará en los distintos laboratorios de Física contribuirán a la buena formación que requiere como futuro profesional.

**BIBLIOGRAFÍA**

- (1) Sánchez, P., Alcober, V., Duro, C., Sanz, A. y Mareca, P, "**Manual del Laboratorio de Física**". P. Ed. Dpto. de Publicaciones de la E.T.S.I. Telecomunicación.  
<http://www-pp.etsit.upm.es/departamentos/fis/index.html>
- (2) Barford, N.C., "**Experimental Measurements: Precision, Error and Truth**", John Wiley and Sons, New York, 1985.
- (3) Squires, "**Practical Physics**", Cambridge Univ. Press (3ª ed. 1985).
- (4) C. Sánchez del Río "**Análisis de Errores**". Eudema Universidad. Madrid, 1989